

Derechos reservados de El Colegio de Sonora, ISSN 1870-3925

## Cambio tecnológico en México financiado por el gobierno: un modelo de crecimiento endógeno

Salvador Rivas-Aceves\*

Francisco Venegas-Martínez\*\*

**Resumen:** En el marco de una economía cerrada, con una tecnología de rendimientos constantes a escala, se estudian los efectos de la participación del gobierno como promotor del cambio tecnológico, mediante el gasto destinado a ello. Dicha intervención modifica las condiciones de producción y la productividad marginal de los factores, mediante la generación de tecnologías y el aumento del capital humano. En un modelo de crecimiento endógeno se determina la tasa de crecimiento económico de equilibrio, y se obtiene el gasto óptimo en términos de la maximización del bienestar económico. Asimismo, se evalúa la repercusión que sobre éste tienen los shocks en precios, salarios y gasto público. Por último, se realizan simulaciones para calcular el efecto de ambos tipos de gasto sobre la tasa de crecimiento.

**Palabras clave:** crecimiento endógeno, gasto de gobierno, cambio tecnológico, capital humano, productividad, salarios.

\* Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, Departamento de Economía, Área de Empresas, Finanzas e Innovación. Teléfono: (55) 5318 9137, extensión 115, Av. San Pablo 180, colonia Reynosa Tamaulipas, C. P. 02200. Delegación Azcapotzalco, México, D. F. Correo electrónico: [rivas.salvador@gmail.com](mailto:rivas.salvador@gmail.com)

\*\* Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Economía. Calle Plan de Agua Prieta 66, colonia Plutarco Elías Calles. Delegación Miguel Hidalgo, C. P. 11340, México, D. F. Correo electrónico: [fvenegas@ipn.mx](mailto:fvenegas@ipn.mx)

**Abstract:** The effects of government spending as a promoter of technological change are studied within the framework of a closed economy with a technology of constant returns to scale. Such government participation generates a change in production conditions, thereby raising marginal productivity by either generating new technologies or increasing human capital. The rate of economic growth in equilibrium and optimal spending for maximizing economic welfare are determined within an endogenous growth model. Likewise, the impact of price shocks, wage shocks, and government spending shocks on economic welfare is addressed. Finally, some simulations are performed in order to establish the impact of government spending on economic growth rate.

**Key words:** endogenous growth, government spending, technological change, human capital, productivity, wages.

## Introducción

Harrod (1939) estudió por primera vez el progreso tecnológico y su efecto sobre el crecimiento, mediante la introducción de una función de producción con producto marginal del capital constante. Por su parte, Solow (1956) y Swan (1956) argumentaron que el crecimiento económico ocurre siempre y cuando capital y trabajo crezcan a la misma tasa que la población. Arrow (1962) elaboró otro estudio pionero, que introduce el conocimiento como causa del cambio tecnológico, a través de la idea de *learning-by-doing* (aprender haciendo). No obstante, el curso de la teoría del crecimiento siguió con una visión distinta, que apareció y se fortaleció en la década de 1980. Bajo este enfoque surgieron las primeras aportaciones del crecimiento endógeno con cambio tecnológico de Romer (1986) y Lucas (1988), en cuyos esquemas a éste se le concibe como un proceso que explica las modificaciones en las condiciones de producción de las firmas, en función de cambios cualita-

tivos o cuantitativos de los insumos, como el *stock* de conocimiento, el capital humano o el trabajo calificado. Después, Romer (1990) mostró que con un solo sector donde haya un cambio tecnológico endógeno, la tasa de cambio tecnológico es sensible a la de interés. Al respecto, el subsidio a la acumulación del capital físico tiene un efecto muy pobre sobre la investigación.

Hasta ahora, existen pocas explicaciones coherentes acerca del papel del gobierno en la generación del cambio tecnológico dentro de la teoría del crecimiento; en principio, la mayoría de las revisiones teóricas suponen que sólo las empresas pueden producirlo, a través de actividades de investigación y desarrollo. El análisis del gobierno y su efecto sobre el avance de la economía sólo se ha dado con sus políticas económicas. Por ejemplo, Turnovsky (1993) introduce el gasto de gobierno para medir el efecto de éstas, a través de un *tradeoff* (compensación) entre la tasa de acumulación del capital y la inflación. En su trabajo muestra que el crecimiento es mayor, si el riesgo asociado a la política monetaria acompaña a una inflación pequeña. En este caso, la participación del gobierno sólo está en función del plan económico.

Por su parte, Benavie et al. (1996) estudian el papel de los costos de ajuste en un modelo de crecimiento de tres etapas: a) sin gobierno, b) con un gobierno que persigue un presupuesto equilibrado y c) con gobierno que escoge sus tasas impositivas y el gasto de manera independiente. La inversión por parte de las firmas está determinada por la  $q$  de Tobin, que depende de las disposiciones fiscales. En ausencia de gobierno, las variaciones en la productividad reducen el crecimiento. Cuando se considera al gobierno, se tiene que un incremento en el impuesto al ingreso reduce la tasa de crecimiento y un aumento en el gasto de gobierno no tiene efecto sobre dicha tasa. Asimismo, Chartterjee et al. (2002) analizan el proceso de desarrollo asistido por transferencias públicas de capital, que estimulan la acumulación de dinero privado y el crecimiento. La inversión en infraestructura es financiada por el gobierno. En conclusión, las transferencias sujetas al sector público generan una mayor dinámica de crecimiento, sólo si los impuestos y el gasto gubernamental son óptimos. En este caso, el efecto sobre la tasa de crecimiento de largo plazo depende del tamaño de la infraestructura de la economía.

Por otro lado, Easterly et al. (1994) encuentran que a través de un modelo de adopción de tecnología, donde hay acumulación de capital humano y progreso tecnológico, los subsidios a estos dos rubros incrementan la tasa de crecimiento económico. De manera similar, Ludvigson (1996) muestra que dicho progreso sólo se da con un aumento en la productividad laboral. Concluye que la inversión, el consumo y el producto responden positivamente ante cortes en el financiamiento gubernamental, por medio de impuestos al ingreso. La repercusión del gasto del gobierno depende de la forma de financiarlo, con impuestos o déficit financiero.

Barro (1990), Barro y Sala-i-Martin (1992), Futagami et al. (1993), Glomm y Ravikumar (1994), Cazzavillan (1996) y Turnovsky (1996) introdujeron el gasto del gobierno como un argumento de la función de producción, sólo para analizar su efecto sobre la capacidad productiva de la economía. Caminati (2001) argumenta que en un modelo de crecimiento endógeno con cambio tecnológico la tasa de crecimiento está determinada por los parámetros, preferencias y variables de política tecnológica. Por último, Gokan (2008) verifica que si los bienes públicos incrementan la productividad del capital privado en una economía con crecimiento endógeno, entonces la tasa de crecimiento aumenta cuando sube el gasto.

Con respecto a la participación del gobierno en la actividad económica, a través de la generación de tecnología en el marco de la teoría del crecimiento endógeno, algunos estudios muestran que el efecto sobre éste es positivo cuando crea condiciones tecnológicas nuevas (Rivas-Aceves y Venegas-Martínez 2008, 2010; Rivas-Aceves y Carranco Gallardo 2009; Venegas-Martínez y Rivas-Aceves 2008).

Con un modelo de crecimiento endógeno, aquí se examina el efecto de la participación del gobierno en el cambio tecnológico, a través de sus recursos monetarios para modificar las condiciones de producción, y elevar la productividad marginal de los factores, mediante tecnologías nuevas y al aumento del capital humano, gracias también a la capacitación que ofrece. Asimismo, se mide el efecto sobre el bienestar económico por *shocks* en precios, salarios y gasto aplicado tanto al desarrollo tecnológico como al adiestramiento laboral, y con simulaciones se establece el efecto de ambos tipos de gasto sobre la tasa de crecimiento.

En la segunda sección del artículo se establece la estructura básica de la economía, en la siguiente se introduce el papel del gobierno como agente promotor del crecimiento y del cambio tecnológico; en la cuarta se analizan los efectos sobre el bienestar económico del gasto público, y se determina el grado óptimo en términos de su maximización. La quinta sección incluye las simulaciones que establecen el efecto de la erogación del gobierno y por último las conclusiones y limitaciones, y se establece la agenda pendiente de la investigación.

### Estructura básica de la economía

Al considerar una economía en la que viven agentes económicos con vida infinita, dotaciones iniciales iguales para todos, preferencias idénticas y la misma tecnología para producir un mismo bien percedero, se puede suponer que está cerrada, puesto que no existen relaciones de intercambio con otras. Las personas buscan la máxima satisfacción posible debido a combinaciones de consumo y ocio. El valor presente de la utilidad total de los individuos está dada por:

en donde  $c$  es el consumo per cápita,  $l$  es el ocio per cápita y  $\rho$  es la tasa subjetiva de descuento. Este último parámetro mide qué tan

$$U = \int_0^{\infty} u(c, l)e^{-\rho t} dt, \quad (1)$$

ansioso está un sujeto por el consumo presente. Para simplificar la notación se omitirán los subíndices  $t$ , que indican dependencia del tiempo en las variables. De esta manera, el lector deberá tener presente que se trata de variables que dependen del tiempo en todo momento. Se propone la función de utilidad siguiente (satisfacción o felicidad) del comprador representativo:

$$u(c, l) = \beta \ln c + \delta \ln l, \quad (2)$$

en donde  $\beta$  y  $\delta$  son parámetros positivos, que sumados ponderan la satisfacción proporcionada por el consumo y el ocio. Esta especificación del índice de utilidad presenta rendimientos marginales positivos, pero decrecientes, es decir,  $u'(c,l) > 0$  y  $u''(c,l) < 0$ . Por lo tanto, unidades adicionales en el consumo del único bien perecedero o en la cantidad de horas dedicadas al ocio aumentan la satisfacción del individuo, pero cada vez en menor magnitud. Si el sujeto es dueño de la empresa donde se elabora el bien, significa que el agente representativo toma decisiones de consumo, ocio y producción de manera simultánea. Como la técnica está dada, entonces todos los fabricantes enfrentan las mismas condiciones representadas por:

$$f(k) = Ak\eta, \quad (3)$$

en donde  $A > 0$  es el producto marginal del capital y expresa el grado tecnológico presente en la economía,  $k$  es el capital físico utilizado en el proceso de producción y  $\eta$  las horas que una persona calificada destina al trabajo. Al normalizar a la unidad el total de horas disponibles biológicamente por un ser humano, se tiene que:

$$1 = l + \eta, \quad (4)$$

Equivale a

$$1 - l = \eta. \quad (4')$$

En consecuencia, los insumos del productor son el capital físico necesario para fabricar el bien y las horas proporcionadas por el trabajador, para el manejo de dicho capital. Por lo tanto, el individuo es dueño de la empresa y al mismo tiempo le destina horas de trabajo. Es importante señalar que el modelo  $Ak$ , usado por Harrod (1939) y Rebelo (1991), proviene de la función de producción Cobb-Douglas, es decir,  $Y = Ak^\alpha L^{1-\alpha}$ , y puesto que los rendimientos a escala son constantes se puede obtener el producto en términos per cápita al dividir toda la expresión entre  $L$ , y lograr así dicho modelo. Esta simplificación permite analizar los efectos del lado del capital y dejar constante la parte del trabajo, sin embargo

no significa que el capital físico sea el único insumo. La función de producción representada por (3) sigue esta misma lógica, y además supone que es necesaria una cantidad de trabajo capaz de manejar el capital físico de manera más eficiente. Debido a que el individuo asume a la vez los roles de productor y consumidor, la restricción presupuestal de este último se expresa como:

$$k_0 = \int_0^{\infty} pc e^{-(A\eta)t} dt + \int_0^{\infty} w\eta e^{-(A\eta)t} dt, \quad (5)$$

en donde  $p$  es el precio del bien y  $w$  es el salario pagado. El problema de optimización resultante está determinado por (1), (4') y (5), del cual resultan las condiciones de primer orden siguientes (véase apéndice I):

$$\frac{\beta}{pc} = \lambda, \quad (6)$$

$$\frac{-\delta}{wl} = \lambda, \quad (7)$$

$$\dot{k} = Ak\eta - pc - w\eta, \quad (8)$$

$$A\eta\lambda = -\lambda + \rho\lambda, \quad (9)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} ke^{-(A\eta)t} = 0. \quad (10)$$

El equilibrio macroeconómico compuesto por los niveles de consumo, ocio, trabajo, capital, producto y la tasa de crecimiento de la economía son, respectivamente:

$$c = \frac{\beta(k_0\rho - \tau w)}{p}, \quad (11)$$

$$l = \frac{\delta(k_0 \rho - w)}{w}, \quad (12)$$

$$\eta = 1 - \frac{\delta(k_0 \rho - w)}{w}, \quad (13)$$

$$k = k_0, \quad (14)$$

$$y = Ak_0 \left( 1 - \frac{\delta(k_0 \rho - w)}{w} \right), \quad (15)$$

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{c}}{c} = A \eta - \rho = \psi, \quad (16)$$

en donde  $k_0$  es el capital inicial. Se observa que el consumo depende de las preferencias de la persona, del capital inicial con que cuenta el aparato productivo, del precio del bien y del salario. Por lo tanto, un alza en el costo de un producto hace que el consumo disminuya, mientras que si el capital inicial es más o aumenta la ansiedad presente por obtenerlo, el consumo se incrementa. Por otra parte, el grado del ocio depende de manera inversa del salario, y de forma directa del capital inicial y de las preferencias. A mayor salario, menos ocio y, por tanto más trabajo, y al aumentar la cantidad de éste, también lo hace el producto. Por último, la tasa de crecimiento balanceado de la economía depende de la tecnología, de la cantidad de horas laborales involucradas en el proceso de producción y de las preferencias de la gente. Si  $A\eta > \rho$  se cumple siempre, habrá crecimiento, y decrecimiento en caso contrario. La ecuación (16) muestra que una economía con un coeficiente tecnológico mayor crece más rápido, por lo tanto, una inversión destinada al incremento de dicho coeficiente es primordial para su avance. A continuación

se analiza el efecto sobre el crecimiento, cuando el gobierno destina recursos para lograrlo.

### Cambio tecnológico generado por el gobierno

Si el gobierno se incorpora a las actividades económicas con la creación de tecnologías y la capacitación de la mano de obra necesaria para manejarlas, y ejerce recursos públicos; ambas acciones se realizan dentro de empresas paraestatales, en cuyo caso una vez ocurrido el cambio se trasfiere al sector empresarial. O bien, se puede pensar que a éste se destina un programa de incentivos para el mejoramiento productivo, vía el desarrollo tecnológico. Con cualquier alternativa, la erogación del gobierno incrementa la tecnología existente y modifica las condiciones de producción de la forma siguiente:

$$y = A g_{\alpha}^{\gamma} \eta g_n^{1-\gamma} k, \quad (17)$$

en donde  $g_{\alpha} > 1$  es el gasto destinado a generar tecnología,  $g_n > 1$  es el utilizado en la capacitación del trabajo para usarla, ambos constantes (véase apéndice II), y  $\gamma$  es el parámetro que mide el efecto de los dos tipos de gasto público sobre el producto. La condición de que sean mayores a la unidad implica que deben ser suficientes para aumentar la tecnología existente y también la capacidad del trabajo, de tal forma que se cumpla con:

$$A g_{\alpha} > A \quad \text{y} \quad \eta g_n > \eta. \quad (18)$$

Como el gobierno no produce, consume, ni genera satisfacción a los compradores, entonces su restricción presupuestal toma la forma:

$$G = g_{\alpha} + g_n, \quad (19)$$

en donde  $G$  es el gasto total; y con su introducción vía la tecnología y la capacitación del trabajo, se modifica la restricción presupuestal del consumidor representativo dueño de la empresa, por lo que ahora se tiene:

$$k_0 = \int_0^\infty p c e^{-(A g_\alpha^\gamma \eta g_n^{1-\gamma})t} dt + \int_0^\infty w \eta e^{-(A g_\alpha^\gamma \eta g_n^{1-\gamma})t} dt, \quad (20)$$

Asimismo, con las nuevas condiciones de producción, el equilibrio de la tasa de interés y del salario son:

$$\frac{\partial y}{\partial k} = A g_\alpha^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} = r, \quad (21)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \eta} = A g_\alpha^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} k = w, \quad (22)$$

En consecuencia, ahora el problema de optimización está determinado por (1), (4') y (20) y sus condiciones de primer orden son (véase apéndice I):

$$\frac{\beta}{pc} = \lambda, \quad (23)$$

$$\frac{-\delta}{wl} = \lambda, \quad (24)$$

$$\dot{K} = A g_\alpha^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} k - pc - w \eta, \quad (25)$$

$$A g_\alpha^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} \lambda = -\dot{\lambda} + \rho \lambda, \quad (26)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k e^{-(A g_\alpha^\gamma \eta g_n^{1-\gamma})t} = 0. \quad (27)$$

Ahora el equilibrio macroeconómico, bajo estas condiciones, compuesto por el consumo, ocio, trabajo, capital, producto y la tasa de crecimiento de la economía, es:

$$c = \frac{\beta (k_0 \rho - A g_\alpha^\gamma g_n^{1-\gamma} k_0)}{p}, \quad (28)$$

$$l = \frac{\delta (k_0 \rho - A g_\alpha^\gamma g_n^{1-\gamma} k_0)}{A g_\alpha^\gamma g_n^{1-\gamma} k_0}, \quad (29)$$

$$\eta = 1 - \frac{\delta (k_0 \rho - A g_\alpha^\gamma g_n^{1-\gamma} k_0)}{A g_\alpha^\gamma g_n^{1-\gamma} k_0}, \quad (30)$$

$$k = k_0, \quad (31)$$

$$y = A k_0 \left( 1 - \frac{\delta (k_0 \rho - A g_\alpha^\gamma g_n^{1-\gamma} k_0)}{A g_\alpha^\gamma g_n^{1-\gamma} k_0} \right), \quad (32)$$

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{c}}{c} = A g_\alpha^\gamma g_n^{1-\gamma} - \rho \equiv \varphi. \quad (33)$$

A partir de la relación establecida en (22), se deduce que el aumento en los recursos destinados tanto a la tecnología como a la capacitación incrementa el salario y en consecuencia cae el ocio, y se traduce en horas trabajadas, lo que al final conduce a un mayor nivel de producto. Por otra parte, se mantiene la relación inversa entre el precio del bien y el consumo, por lo que aumentos en el primero disminuyen el segundo. La tasa de crecimiento balanceado de la economía es mayor, ya que  $\varphi > \psi$ , es decir:

$$(A g_\alpha^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} - \rho) > (A \eta - \rho) \quad (34)$$

Es importante recordar que hay crecimiento siempre que  $A\eta > \rho$ . Por lo tanto, la participación del gobierno en la generación de un cambio tecnológico y en la capacitación del trabajo tiene un efecto positivo, debido a que su inclusión provoca un incremento en la tecnología existente, un aumento de la productividad de los factores y en el salario y una tasa de crecimiento mayor.

### Impacto en el bienestar económico y nivel óptimo de gasto

Para medir el efecto sobre el bienestar económico de las modificaciones del gasto de gobierno, para crear un cambio tecnológico y la capacitación del trabajo, es necesario obtener la función de utilidad indirecta,  $W$ , al sustituir las trayectorias óptimas de consumo y ocio en la función de utilidad total descontada, dada en (1), por lo tanto:

$$W = \int_0^\infty \beta \ln \left[ \frac{\beta (k_0 \rho - w)}{p} \right] e^{(A g_\alpha^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} - \rho)t} e^{-\rho t} dt + \int_0^\infty \delta \ln \left[ \frac{\delta (k_0 \rho - w)}{w} \right] e^{(A g_\alpha^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} - \rho)t} e^{-\rho t} dt. \tag{35}$$

Al sustituir (22) en (35) y resolver, se tiene:

$$W = \beta \ln \left[ \frac{\beta (k_0 \rho - A g_\alpha^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} k_0)}{\rho p} \right] + \frac{\beta (A g_\alpha^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} - \rho)}{\rho^2} + \delta \ln \left[ \frac{\delta (k_0 \rho - A g_\alpha^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} k_0)}{A g_\alpha^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} k_0} \right] + \frac{\delta (A g_\alpha^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} - \rho)}{\rho^2} \tag{36}$$

En consecuencia, el bienestar económico de los hogares depende de las preferencias, de los parámetros que miden la satisfacción obtenida por el consumo y el ocio, del capital inicial, el trabajo, la

tecnología existente, los precios y el gasto de gobierno para generar un cambio tecnológico y la capacitación del trabajo. Por lo tanto, éste será mayor entre más recursos se destinen a la tecnología,  $g_\alpha$ , ya que:

$$\frac{\partial W}{\partial g_\alpha} = \frac{\gamma r}{g_\alpha \rho^2} - \frac{\gamma}{g_\alpha} (\beta - 2\delta) > 0. \quad (37)$$

Puesto que la inversión en tecnología tiene un efecto positivo, entonces el gasto óptimo de gobierno, tal que maximiza el bienestar de los hogares, se obtiene al resolver  $\partial W / \partial g_\alpha = 0$  que se debe destinar para dicha actividad está dado por:

$$g_\alpha = \left[ \frac{(\beta - 2\delta) \rho^2}{A g_n^{1-\gamma} \eta} \right]^{\frac{1}{\gamma}}. \quad (38)$$

Por su parte, los aumentos utilizados en la capacitación del trabajo también incrementan el bienestar económico, como lo muestra la ecuación siguiente:

$$\frac{\partial W}{\partial g_n} = (1-\gamma) \left[ \frac{A g_\alpha^\gamma \eta}{g_n^\gamma \rho^2} \right] - \frac{1-\gamma}{g_n} (\beta - 2\delta) > 0. \quad (39)$$

Puesto que la inversión en la capacitación para el trabajo es positiva, entonces la cantidad óptima que se debe destinar para dicha actividad, que maximiza el bienestar de los hogares, se obtiene al resolver  $\partial W / \partial g_n = 0$ , es:

$$g_n = \left[ \frac{(\beta - 2\delta) \rho^2}{A g_\alpha^\gamma \eta} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}}. \quad (40)$$

Por otro lado, aumentos en el precio del bien de consumo generan una caída en el bienestar económico, como lo muestra la ecuación siguiente:

$$\frac{\partial W}{\partial \rho} = -\frac{\beta}{\rho} < 0. \quad (41)$$

Por último, de (37) y (39) se deduce que un alza en el salario mejora las condiciones de vida de los agentes. Lo anterior resulta evidente toda vez que el salario, que está en función de  $g_\alpha$  y de  $g_n$ , depende de manera positiva de ambos tipos de gasto, como se determinó en la ecuación (22). Por lo tanto, la erogación del gobierno en la capacitación del trabajo para manejar la tecnología nueva tiene efectos directos sobre el empleo, como se apreciará de manera más clara en la sección siguiente.

### Efecto del gasto del gobierno sobre el crecimiento

Para analizar dicho efecto, debido a cambios en los parámetros que determinan el gasto óptimo del gobierno en la generación de tecnología y en la capacitación del trabajo, se realizan simulaciones que permiten encontrar los niveles óptimos establecidos en las ecuaciones (38) y (40), y que a su vez influyen sobre la tasa de crecimiento económico, como lo muestra la ecuación (33). Puesto que  $g_\alpha$  y  $g_n$  se determinan simultáneamente en el modelo, es necesario suponer que el gobierno decide  $g_\alpha$  con base en el porcentaje de financiamiento, fijado por él mismo, de la proporción del producto interno bruto (PIB) destinada a la inversión y desarrollo tecnológico, esto le permite conocer al mismo tiempo  $g_n$ . Lo anterior permite llevar a cabo simulaciones en escenarios más realistas y, por lo tanto, examinar el efecto de dichas decisiones sobre el crecimiento. Para establecer la proporción del PIB y su porcentaje gubernamental de financiamiento, se utilizaron como referencia los datos estadísticos presentados en las figuras 1 y 2. En el primer caso, se tomó un dato intermedio de Suecia, que en promedio gasta más en investigación y desarrollo; por ejemplo, 3.80 para el año 2005, véase figura 1. El segundo caso se fijó a través del porcentaje promedio financiado por el gobierno, obtenido para todas las naciones presentadas en la figura 2, es decir, 30 por ciento. Con ello, los niveles de  $g_\alpha$  y  $g_n$  tam-

Figura 1

Gasto en investigación y desarrollo como porcentaje del PIB

Año	Dinamarca	Alemania	Francia	Austria	Finlandia	Suecia	EE UU	Japón
1996	1.84	2.19	2.27	1.59	2.52	3.45	2.53	2.81
1997	1.92	2.24	2.19	1.69	2.70	3.47	2.56	2.87
1998	2.04	2.27	2.14	1.77	2.86	3.55	2.61	3.00
1999	2.18	2.40	2.16	1.88	3.16	3.57	2.65	3.02
2000	2.24	2.45	2.15	1.91	3.34	3.86	2.73	3.04
2001	2.39	2.46	2.20	2.04	3.30	4.18	2.74	3.12
2002	2.51	2.49	2.23	2.12	3.36	3.91	2.64	3.17
2003	2.58	2.52	2.17	2.23	3.43	3.86	2.67	3.20
2004	2.48	2.49	2.15	2.22	3.45	3.62	2.67	3.25
2005	2.45	2.48	2.13	2.41	3.48	3.80	2.65	3.29
2006	2.43	2.51	2.12	2.45	3.45	3.73	2.70	3.34
Promedio	2.28	2.41	2.17	2.03	3.19	3.73	2.65	3.10

Fuente: Eurostat (2008).

Figura 2

Gasto en investigación y desarrollo por fuente de recursos,  
porcentaje financiado por el gobierno

Año	Dinamarca	Alemania	Francia	Austria	Finlandia	Suecia	EE UU	Japón
1996	35.7	38.1	41.5	43.2	31.2	26.4	33.2	18.7
1997	36.1	35.9	38.8	41.0	30.9	25.8	31.5	18.2
1998	33.8	34.8	37.3	37.8	30.0	24.9	30.1	19.3
1999	31.2	32.1	36.9	38.9	29.2	24.5	28.4	19.6
2000	32.5	31.4	38.7	38.0	26.2	21.3	25.8	19.6
2001	28.2	31.4	36.9	38.3	25.5	22.4	27.5	18.6
2002	27.6	31.6	38.8	33.6	26.1	23.5	30.3	18.2
2003	27.1	31.2	39.0	34.4	25.7	23.5	30.4	17.7
2004	27.4	30.5	37.0	32.6	26.3	23.5	31.4	17.3
2005	27.6	28.4	38.2	36.5	25.7	24.6	32.5	17.9
2006	28.3	29.5	39.0	36.6	25.1	26.2	31.7	18.3
Promedio	30.5	32.3	38.4	37.4	27.4	24.2	30.3	18.5

Fuente: Eurostat (2008).

bién cumplieron con la condición establecida en (18), al resultar mayores que 1.

Por su parte, el resto de los parámetros se determinaron mediante la normalización del grado tecnológico de la economía, por lo que  $A=1$ ; se supuso que la proporción de utilidad generada por el consumo es mucho menor que la del ocio, con el objetivo de medir la repercusión sobre el trabajo, es decir,  $\beta=0.01$  y  $\delta=0.99$ ; se tomó  $\rho=0.99$ , implica que el comprador valora más el consumo presente, y reduce así al ahorro; se supuso también que el efecto sobre el producto de ambos tipos de gasto es igual, por lo que  $\gamma=0.5$ ; por último, se fijó  $\eta=1$  lo que significa empleo pleno. Todos los valores anteriores son la simulación base, cuando hay alteraciones en los parámetros (áreas sombreadas), los resultados son los siguientes:

Figura 3

Efecto sobre la tasa de crecimiento económico

Simulaciones	Base	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
*	3.80	3.80	3.80	3.80	3.80	3.80	3.80	3.80	3.80	3.80	3.80	3.80
**	30.00	35.00	25.00	15.00	30.00	30.00	30.00	30.00	30.00	30.00	30.00	30.00
$g_a$	1.14	1.33	0.95	0.57	1.14	1.14	1.14	1.14	1.14	1.14	1.14	1.14
$g_n$	3.27	2.80	3.46	5.77	1.47	2.44	2.02	1.65	3.56	3.99	5.13	5.89
$A$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$\beta$	0.01	0.01	0.05	0.05	0.05	0.10	0.15	0.20	0.05	0.05	0.05	0.05
$\delta$	0.99	0.99	0.95	0.95	0.95	0.90	0.85	0.80	0.95	0.95	0.95	0.95
$\rho$	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
$\gamma$	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
$\eta$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.90	0.85	0.75	0.70
$\psi$	0.01	0.01	0.01	0.01	0.41	0.01	0.01	0.01	-0.09	-0.14	-0.24	-0.29
$\varphi$	0.94	0.94	0.82	0.82	0.82	0.68	0.53	0.38	0.82	0.82	0.82	0.82

\* Gasto en investigación y desarrollo como proporción del PIB.  
 \*\* Porcentaje financiado por el gobierno.

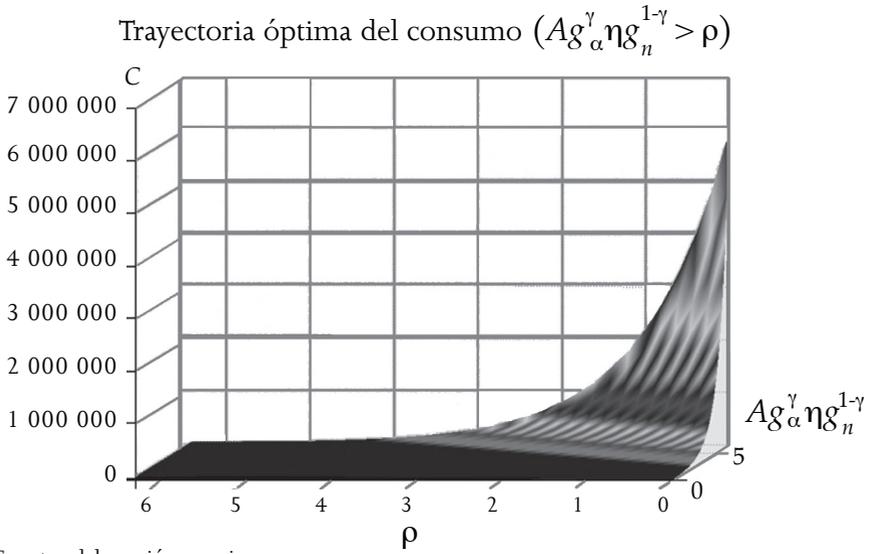
Fuente: elaboración propia.

La simulación base muestra que la tasa de crecimiento es mayor cuando el gobierno destina recursos al cambio tecnológico, que cuando no lo hace. Más todavía, los aumentos en el porcentaje de financiamiento ocasionan que el gasto en la capacitación del trabajo, necesario para mantener la misma tasa de crecimiento, sea menor, por lo tanto, mayores niveles de  $g_n$  incrementan la tasa de crecimiento, como lo muestra la simulación 1. Por el contrario, si dicho porcentaje de financiamiento disminuye, la tasa de crecimiento cae, por lo que aumenta el de  $g_n$ , necesario para mantener el avance económico (simulaciones 2 y 3). Esto significa que el gobierno debe participar de manera considerable en el cambio tecnológico, para evitar una caída en la tasa de crecimiento.

Por otro lado, cuando aumenta la proporción de utilidad generada por el consumo y, por ende, cae la producida por el ocio, el nivel de  $g_n$ , necesario para mantener la tasa de crecimiento, es menor, mientras que el de  $g_a$  permanece constante (simulaciones 4-7). Lo anterior implica que, ante modificaciones en las preferencias de los individuos que ocasionan una disminución de la actividad económica, los aumentos en ambos tipos de gasto compensan dicho efecto sobre la tasa de crecimiento. Por último, a mayor desempleo (simulaciones 8-11) menor la tasa de crecimiento, compensada por un aumento en  $g_n$ . En otras palabras, el gasto de gobierno destinado a la capacitación del trabajo puede aumentar el empleo y, por tanto, la tasa de crecimiento.

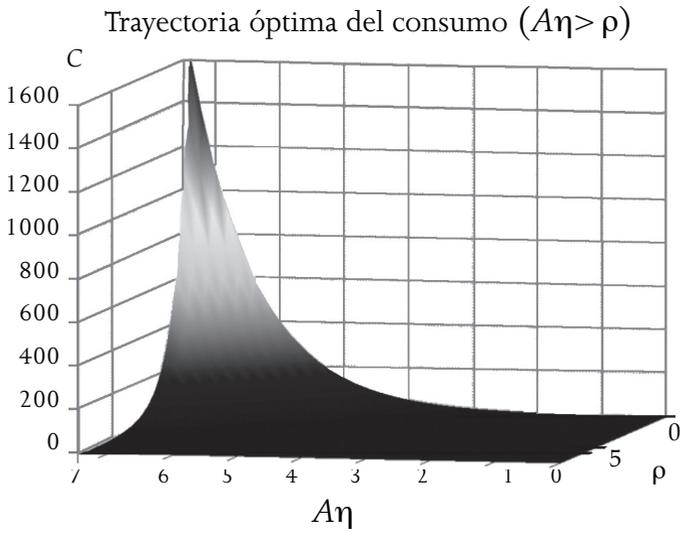
Para todas las simulaciones, la tasa de crecimiento siempre es mayor cuando el gobierno interviene en el cambio tecnológico y en la capacitación, que cuando no lo hace. En consecuencia, las trayectorias óptimas del consumo, ocio, trabajo, capital y producto establecidas por (28)-(32), de manera conjunta con (33), crecen más rápido que las correspondientes en (11)-(15) con (16). Por ejemplo, en la figura 4 puede verse la trayectoria óptima del consumo, cuando crece a la tasa  $\varphi$ .

Figura 4



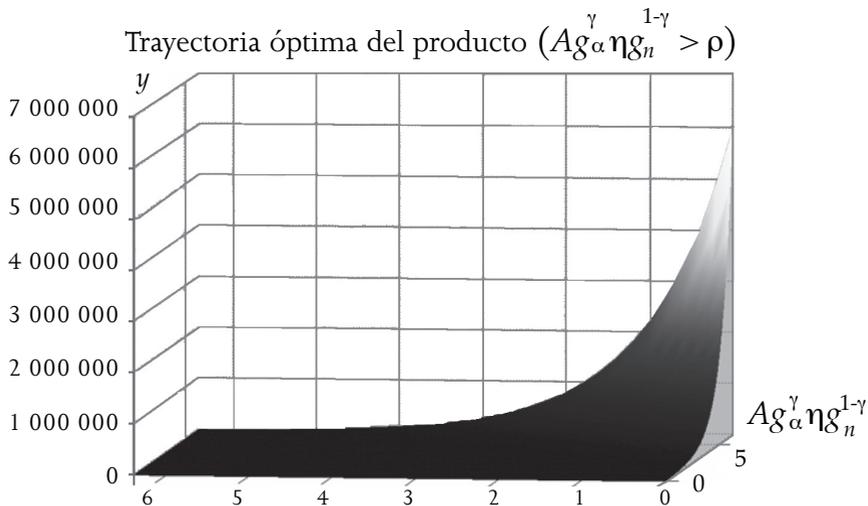
En contraste, la trayectoria es menor cuando crece a la tasa  $\psi$ , como lo muestra la figura 5:

Figura 5



De forma análoga, en la figura 6 se puede observar el comportamiento de la trayectoria óptima del producto cuando la tasa de crecimiento es  $(Ag^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} > \rho)$ , y será como sigue:

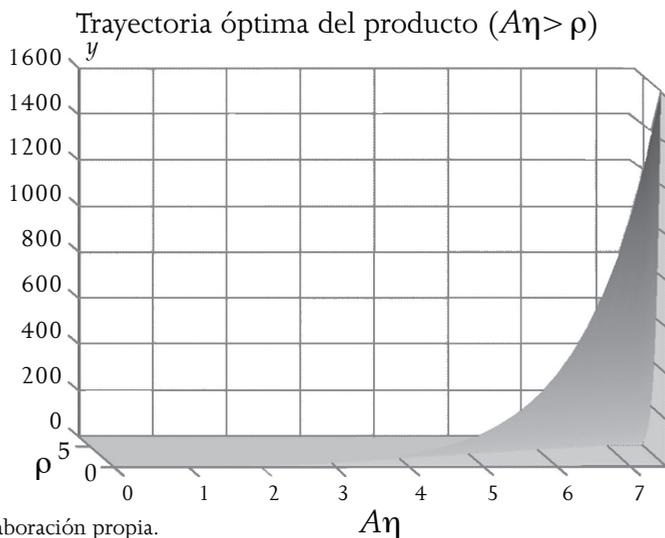
Figura 6



Fuente: elaboración propia.

Sin embargo, dicha trayectoria crecerá a un ritmo menor cuando esté determinada por  $A\eta > \rho$ , como se muestra en la figura 7:

Figura 7



Fuente: elaboración propia.

En resumen, la intervención del gobierno en el cambio tecnológico de una economía genera efectos positivos sobre el consumo, trabajo, capital y producto, a través de la tasa de crecimiento, la cual está en función de su gasto en dicho rubro.

## Conclusiones

En un modelo de crecimiento endógeno con agentes que tienen vida infinita, y donde la tecnología presenta rendimientos constantes a escala, la participación del gobierno en las actividades económicas, a través de la generación del cambio de tecnología y la capacitación del trabajo para usarla, tiene efectos positivos en el consumo, trabajo y producto per cápita, así como en la tasa de crecimiento económico. El consumo depende de manera inversa de los precios, mientras que el ocio tiene la misma relación con respecto al salario. Por lo tanto, los aumentos en los salarios disminuyen el consumo y el ocio respectivamente.

El aumento en el gasto tiene una repercusión positiva sobre el bienestar económico de los hogares, tanto en tecnología nueva como en la capacitación del trabajo para su manejo. En cambio, el efecto en las alzas de precios de los bienes de consumo es negativo. Por lo tanto, en economías emergentes son deseables las políticas gubernamentales destinadas a la generación de tecnología y a la capacitación del trabajo, vía el gasto público, para alcanzar mayores tasas de crecimiento que se traduzcan en mejor calidad de vida para sus habitantes, como sucede en países desarrollados.

Dentro de las limitaciones principales, entre las características de este tipo de análisis, se enlistan las siguientes: a) es poco real suponer que el gobierno sólo interviene en la generación de tecnología y en la capacitación del trabajo, ya que realiza muchas otras actividades, por lo que resulta necesario ampliar su papel; b) creer que la economía es cerrada elimina los posibles efectos que tendría el comercio internacional sobre el crecimiento y c) modelar las variables de manera determinista limita sus efectos, en específico delimita el tratamiento de la volatilidad inherente a la tasa de interés y a los precios. En consecuencia, trabajos teóricos futuros deberán

extender el análisis a una economía estocástica y abierta, incorporar otras variables financieras relevantes y establecer actividades económicas gubernamentales más amplias.

Recibido en junio de 2008

Revisado en junio de 2009

## Bibliografía

- Arrow, K. 1962. The Economic Implications of Learning by Doing. *Review of Economic Studies* 29 (3): 155-173.
- Barro, R. 1990. Government Expending in a Simple Model of Endogenous Growth. *Journal of Political Economy* 98 (5): S103-S125.
- y X. Sala-i-Martin. 1992. Public Finance in Models of Economic Growth. *Review of Economic Studies* 59: 654-661.
- Benavie, A., E. Grinols y S. Turnovsky. 1996. Adjustment Costs and Investment in a Stochastic Endogenous Growth Model. *Journal of Monetary Economics* 38: 77-100.
- Caminati, M. 2001. R&D Models of Economic Growth and the Long-term Evolution of Productivity and Innovations. Conference: Old and New Growth Theories: An Assessment, University of Pisa.
- Cazzavillan, G. 1996. Public Spending, Endogenous Growth and Endogenous Fluctuations. *Journal of Economic Theory* 71: 394-415.
- Chatterjee, S., G. Sakoulis y S. Turnovsky. 2002. Unilateral Capital Transfers, Public Investment and Economic Growth. *European Economic Review* 47: 1077-1103.
- Easterly, W., R. King, R. Levine y S. Rebelo. 1994. Policy, Technology Adoption and Growth, Economic Growth and the Structure

of Long-term Development: Proceedings of the IEA Conference, Varenna, Italia, 75-89.

Eurostat. 2008. Gross Expenditure in Research and Development, GERD Indicators. <http://epp.eurostat.ec.europa.eu> (4 de mayo de 2008).

Futagami, Koichi, Yuichi Morita y Akihisa Shibata. 1993. Dynamic Analysis of an Endogenous Growth Model with Public Capital. *The Scandinavian Journal of Economics* 95 (4): 607-625.

Glomm, G., y B. Ravikumar. 1994. Public Investment in Infrastructure in a Simple Growth Model. *Journal of Economic Dynamics and Control* 18: 1173-1187.

Gokan, Y. 2008. Infrastructure, Alternative Government Finance and Stochastic Endogenous Growth. *Journal of Economic Dynamics and Control* 32: 321-347.

Harrod, R. 1939. An Essay in Dynamic Theory. *The Economic Journal* 49 (193): 14-33.

Lucas, R. 1988. On the Mechanics of Economic Development. *Journal of Monetary Economics* 22: 3-42.

Ludvigson, S. 1996. The Macroeconomic Effects of Government Debt in a Stochastic Growth Model. *Journal of Monetary Economics* 38: 25-45.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico, OECD. 2008. OECD Statistical Profile by Country. <http://www.oecd.org> (4 de mayo de 2008).

Rebelo, Sergio. 1991. Long Run Policy Analysis and Long Run Growth. *The Journal of Political Economy* 99 (3): 500-521.

Rivas-Aceves, S., y F. Venegas-Martínez. 2010. Gobierno como promotor del cambio tecnológico: un modelo de crecimiento endó-

- geno con trabajo, dinero y deuda. *Economía Mexicana, nueva época*, 19 (1): 91-117.
- . 2008. Participación del gobierno en el desarrollo tecnológico en un modelo de crecimiento endógeno de una economía monetaria. *Problemas del Desarrollo, Revista Latinoamericana de Economía* 39 (152): 47-68.
- Rivas-Aceves, S., y Z. Carranco Gallardo. 2009. El gobierno como promotor del crecimiento: desarrollo tecnológico e incremento de la habilidad laboral. *Análisis Económico* 24 (55): 235-254.
- Romer, P. 1990. Endogenous Technological Change, Part 2: The Problem of Development: A Conference of the Institute for the Study of Free Enterprise System. *The Journal of Political Economy* 98 (5): 71-102.
- . 1986. Increasing Returns and Long-run Growth. *The Journal of Political Economy* 94 (5): 1002-1037.
- Solow, R. 1956. A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics* 70 (1): 65-94.
- Swan, T. 1956. Economic Growth and Capital Accumulation. *Economic Record* 32: 334-361.
- Turnovsky, S. 1996. Optimal Tax, Debt, and Expenditure Policies in a Growing Economy. *Journal of Public Economics* 60: 21-44.
- . 1993. Macroeconomic Policies, Growth, and Welfare in a Stochastic Economy. *International Economic Review* 34 (4): 953-981.
- Venegas-Martínez F., y S. Rivas-Aceves. 2008. Impulso tecnológico gubernamental en la agroindustria, un modelo de crecimiento endógeno. *Portes, Revista Mexicana de Estudios sobre la Cuenca del Pacífico* 2 (3): 203-234.

## Apéndice I

El problema de optimización resultante (1), (4') y (5) y las condiciones de optimalidad dadas por las ecuaciones (6)-(10) son el resultado de resolver el siguiente hamiltoniano y sus condiciones de primer orden:

$$H \equiv \beta 1nc + \delta 1nl + \lambda [(Ak\eta) - w\eta - pc], \quad (A.1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0, \frac{\partial H}{\partial \ell} = 0, \frac{\partial H}{\partial \lambda} = \dot{k}, \quad -\frac{\partial H}{\partial k} = \dot{\lambda} - \lambda\rho. \quad (A.2)$$

Al sustituir (6), (7) y (9) en (8) y resolver se encuentra el equilibrio macroeconómico dado por las ecuaciones (11)-(16). De forma análoga, del problema de optimización determinado por (1), (4') y (20) resultan las condiciones de optimalidad caracterizadas en las ecuaciones (23)-(27), obtenidas al resolver el siguiente hamiltoniano y sus condiciones de primer orden:

$$H \equiv \beta 1nc + \delta 1nl + \lambda \left[ (Ag_a^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} k) \right] - w\eta - pc, \quad (A.3)$$

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0, \frac{\partial H}{\partial \ell} = 0, \frac{\partial H}{\partial \lambda} = \dot{k}, \quad -\frac{\partial H}{\partial k} = \dot{\lambda} - \lambda\rho. \quad (A.4)$$

Después de sustituir (23), (24) y (26) en (25) y resolver, se encuentra el equilibrio macroeconómico dado por las ecuaciones (28)-(33).

## Apéndice II

Aquí se muestra que el gasto óptimo del gobierno para impulsar el cambio tecnológico es constante. Con el fin de hacer más sencilla la tarea algebraica, se hacen algunas simplificaciones del problema

original. La misma conclusión se obtiene para el caso de  $g_a$  y  $g_n$ . Considere un consumidor racional que desea resolver:

$$\text{maximizar } \int_0^{\infty} \ln(c_t) + e^{-\rho t} dt \quad (\text{A.5})$$

$$\text{sujeto a: } k_t = r_t k_t - (1+\tau)c_t, \quad (\text{A.6})$$

donde  $\tau$  es un impuesto *ad valorem* y se da el acervo inicial de capital  $k_0$ . La restricción presupuestal se puede reescribir como:

$$k_0 = \int_0^{\infty} (1+\tau)c_t e^{-AR_t} dt, \quad (\text{A.7})$$

donde  $R_t = \int_0^t r_s ds$ . En este caso se debe cumplir la condición de transversalidad  $\lim_{t \rightarrow \infty} k_t e^{-R_t} = 0$ . El hamiltoniano está dado por  $H = \ln(c_t) + \lambda_t [r_t k_t - (1+\tau)c_t]$ . Las condiciones de primer orden conducen a

$$c_t = \frac{1}{\lambda_t (1+\tau)} = \frac{\rho k_0}{(1+\tau)} e^{AR_t - \rho t}. \quad (\text{A.8})$$

Por otro lado, la empresa resuelve el problema (se supone que  $\beta = 1$  a fin de simplificar el álgebra):

$$\text{maximizar } \Pi_t = y_t - r_t k_t = A g_t k_t - r_t k_t, \quad (\text{A.9})$$

lo cual implica que  $A g_t = r_t$ . En consecuencia, en el equilibrio, el consumo satisface

$$c_t = \frac{\rho k_0}{(1+\tau)} = e^{AG_t - \rho t}, \quad (\text{A.10})$$

donde  $G_t = \int_0^t g_s ds$ . Asimismo, la restricción presupuestal del gobierno es:

$$\dot{G}_t = g_t = \tau c_t = \frac{\rho k_0}{(1+\tau)} = e^{AG_t - \rho t}. \quad (\text{A.11})$$

El problema de maximización de bienestar económico que el gobierno tiene que resolver consiste en encontrar  $G_t$ , tal que:

$$\text{maximizar } W = \int_0^{\infty} [1n(Q) + AG_t - \rho t] e^{-\rho t} dt \quad (\text{A.12})$$

$$\text{sujeto a: } 0 = \dot{G}_t - Be^{-AG_t - \rho t}. \quad (\text{A.13})$$

Aquí,  $Q = (1 + \tau)^{-1} \rho k_0$  y  $B = \tau Q$ . Cuando se aplica la ecuación de Euler-Lagrange

$$\frac{\partial L}{\partial G_t} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{G}_t} \right) = 0 \quad (\text{A.14})$$

al lagrangeano  $L = [1n(M) + AG_t - \rho t] e^{-\rho t} + \mu_t (\dot{G}_t - Be^{-AG_t - \rho t})$ , se obtiene la condición de un máximo:

$$Ae^{-\rho t} - \mu_t ABe^{AG_t - \rho t} - \dot{\mu}_t = 0. \quad (\text{A.15})$$

En este caso, el multiplicador de Lagrange está dado por la expresión  $\mu_t = \mu_0 - e^{-\rho t}$ , entonces  $\dot{\mu}_t = -\rho \mu_0 e^{-\rho t}$ , lo cual produce

$$Ae^{-\rho t} - \mu_0 ABe^{AG_t - 2\rho t} + \rho \mu_0 e^{-\rho t} = 0. \quad (\text{A.16})$$

Por lo tanto,

$$e^{AG_t} = \left( \frac{A + \rho \mu_0}{\mu_0 AB} \right) e^{-\rho t}. \quad (\text{A.17})$$

Esto implica que

$$G_t = \frac{\rho t}{A} + 1n \left( \frac{1}{\mu_0 B} + \frac{\rho}{AB} \right)^{\frac{1}{A}}. \quad (\text{A.18})$$

Es decir,  $g_t = \dot{G}_t \rho / A$ . Esto es,  $g_t$  es constante,  $g_t \equiv g_0$ .